فرض منزلي رقم 03، الأولى علوم رياضية

الدورة الأولى

ذ: عبد الله بن لختير

التمرين الأول:

ليكن $ABCD$ شبه منحرف متساوي الساقين قاعدتاه $[AB]$ و $[CD]$

بحيث النقطتان A و D ثابتتان و B و C تتغيران بحيث $\frac{AB}{CD}$ ثابتة، نضع: $\frac{AB}{CD}=k$.

ولتكن (Σ) مجموعة النقط M من المستوى (P)، تقاطع القطرين $[AC]$ و $[BD]$ عندما تتغير النقطتان B و C .

1)- بين أن (Σ) جزء من دائرة (ζ) يتم تحديدها .

2)- النقطتين I و J هما نقطتا تقاطع الدائرة (ζ) والمجموعة (Σ).

بين أن: $(\zeta)-\{I,J\}\subset(\Sigma)$، ثم حدد (Σ) و أنشئها .

التمرين الثاني:

ليكن ABC مثلثا قائم الزاوية في C بحيث: $AC=2.BC=6$.

حدد ثم أنشيء (Σ_1) و (Σ_2) مجموعة النقط M من المستوى (P) التي تحقق على التوالي:

$$(1): MA^2-MB^2=60$$

$$(2): MA^2+2.MB^2=45$$

التمرين الثالث:

ليكن ABC مثلثا قائم الزاوية في A بحيث: $AB=2.AC=a$.

حدد ثم أنشيء (Σ_1) و (Σ_2) و (Σ_3) مجموعة النقط M من المستوى (P) التي تحقق على التوالي:

$$(1): 3.MA^2-MB^2+2.MC^2=32$$

$$(2): \left\|3.\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2.\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|$$

$$(3): \left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|2.\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|$$

التمرين الرابع:

ليكن ABC مثلثا متساوي الأضلاع .

حدد مجموعة النقط M من المستوى (P) التي تحقق : $MA^2+MC^2=2.(MA^2+AB^2)$

التمرين الخامس:

لكل نقطتين مختلفتين A و B من المستوى (P)، نضع $AB=a$

و نعتبر التطبيق:

$$f:\left|\begin{array}{l}(P)\to\mathbb{R}\\ M\mapsto MA^2+2.MB^2-\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}\end{array}\right. .$$

1)- بين أن التطبيق f يقبل أدنى مطلق عند نقطة M_0 يتم تحديدها .

2)- أحسب $f(M_0)$ بدلالة العدد a .

التمرين السادس:

ليكن ABC مثلثا، نضع $a=BC$ و $b=AC$ و $c=AB$.

1)- أدرس طبيعة (ζ_k) مجموعة نقط المستوى M التي تحقق:

$$(1): MA^2+MB^2+MC^2=k$$

2)- أوجد (Σ) مجموعة النقط M من المستوى (P) التي تحقق:

$$(2): \overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MC}.\overrightarrow{MA}=0 .$$

التمرين السابع:

أدرس طبيعة المجموعة: $(\Sigma_k)=\{M\in(P)/MA^2+MB^2-2.MC^2=k\}$، حيث

A و B و C ثلاث نقط من المستوى (P) و k عدد حقيقي .

التمرين الثامن:

ليكن ABC مثلثا قائم الزاوية في A و H المسقط العمودي ل A على (BC) .

نضع: $\alpha=BC$ و $\beta=AC$ و $\gamma=AB$.

1)- بين أن: $H=bar\{(B,\beta^2);(C,\gamma^2)\}$.

2)- أدرس طبيعة المجموعة: $(\zeta_k)=\{M\in(P)/\beta^2.MB^2+\gamma^2.MC^2=k\}$ حيث $k\in\mathbb{R}$.

3)- أوجد قيمة العدد k التي يكون من أجلها $A\in(\zeta_k)$.

التمرين التاسع:

ليكن ABC مثلثا قائم الزاوية في A و (Σ) مجموعة النقط M من المستوى (P)

بحيث: $AM^2+\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{MC}=2.AB^2$.

1)- حدد I و J نقطتي تقاطع المجموعة (Σ) و المستقيم (AB) .

2)- بين أن: $\forall M \in (P) : \overrightarrow{MI}.\overrightarrow{MJ} = AM^2 - \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AM} - 2AB^2$

3)- حدد ثم أنشيء المجموعة (Σ) .

التمرين العاشر:

المستوى (P) منسوب إلى معلم متعامد ممنظم و مباشر $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1)- ليكن ABC مثلثا مساحته S، بين أن:

$$S = \frac{1}{2}.\left|\det\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)\right| = \frac{1}{2}.\left|\det\left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}\right)\right| = \frac{1}{2}.\left|\det\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right)\right|$$

2)- أحسب مساحة المثلث ABC إذا علمت أن: $A(1,2)$ و $B(-2,3)$ و $C(1,1)$.

التمرين الحادي عشر:

في المستوى (P) منسوب إلى معلم متعامد ممنظم و مباشر $(O,\vec{i},\vec{j})$، نعتبر

النقط: $A(1,1)$ و $B\left(2+\sqrt{3},\sqrt{3}\right)$ و $C(6,-4)$.

و لتكن H المسقط العمودي للنقطة B على المستقيم (AC) .

1)- حدد قياس الزاوية $\left(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}}\right)$، و إستنتج $\sin\left(\overline{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AH}}\right)$ و $\det\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AH}\right)$.

2)- أحسب مساحة المثلث ABH .

3)- حدد إحداثيات النقطة H .